Universidad de la República
Facultad de Ciencias
Centro de Matemática

Matemática I

Primer semestre 2026

Práctico 1: Funciones

Ejercicio 1 Consideremos la ecuación de los gases ideales $PV = nRT$ (ver ejercicio 4 del Práctico 0). Supongamos que tenemos $1\,mol$ de gas sometido a una temperatura que mantenemos constante en $273\ K$. El volumen lo medimos en litros y la presión en atmósferas.

1. Explicar por qué el volumen V del gas varía en función de la presión P.
2. Bosquejar el gráfico de dicha función $V(P)$ (la constante R fue calculada en el práctico 0).

Ejercicio 2 Vamos a suponer que tenemos un dispositivo que registra la temperatura en cada instante de tiempo. Colocamos el dispositivo a la intemperie, en un lugar fijo, y comenzamos a registrar la temperatura en un instante inicial $t_0 = 0$ horas (medianoche) en punto, manteniendo el dispositivo en funcionamiento hasta las 24 horas (o sea, las 0 horas del día siguiente). Suponemos que la temperatura en el instante t_0 es $17^o\,C$.

1. Probar que el registro de las temperaturas define una función $T(t)$ de la temperatura en función del tiempo, y determinar su dominio.
2. ¿La función $T(t)$ es inyectiva? (justificar la respuesta)
3. Se sabe que la temperatura mínima fue de 16 grados y se registró a las 7 y media, y que la máxima fue de 27 grados y se registró a las 13 horas y 15 minutos. Hallar el recorrido (o conjunto imagen) de $T(t)$.
4. Si el dispositivo permaneció desconectado entre las 19:30 y las 19:45, ¿cuál es el dominio de la función $T(t)$?

Ejercicio 3 Designemos D al conjunto formado por los departamentos de Cerro Largo, Tacuarembó y Rivera, y C al conjunto formado por las ciudades de Melo, Paso de los Toros, Río Branco, Rivera, Tacuarembó y Tranqueras.

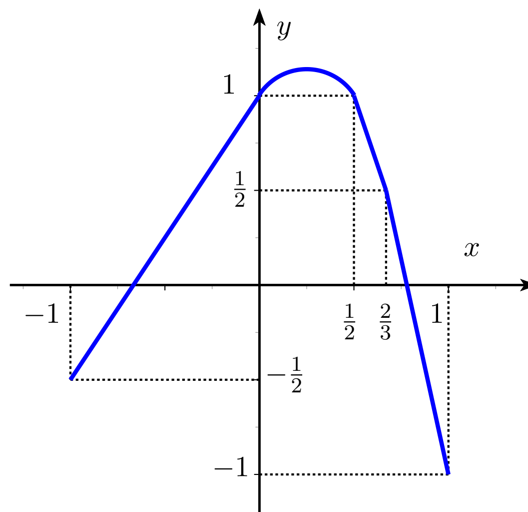
Se definen las siguientes funciones:

$f : D \to C$ tal que $f(d) =$ capital de d.

$g : C \to D$ tal que $g(c) =$ departamento en el que se encuentra c.

1. ¿Es f inyectiva? ¿Es f sobreyectiva? ¿Es f biyectiva?
2. ¿Es g inyectiva? ¿Es g sobreyectiva? ¿Es g biyectiva?
3. Explique qué función se obtiene haciendo $h(d) = g(f(d)), d \in D$.
4. Explique qué función se obtiene haciendo $j(c) = f(g(c)), c \in C$.

Ejercicio 4 Sea f la función de la figura, cuyo dominio es $[-1, 1]$.



1. (a) ¿El punto $(1,-1)$ pertenece al gráfico de f? ¿El punto $(-1,1)$ pertenece al gráfico de f?
   (b) Hallar $f(-1)$ y $f(1/2)$
   (c) Completar las siguientes afirmaciones:
      i. $f(x) = 1$ en $x = \dots$
      ii. $f(x) = 0$ en $x = \dots$, $f(x) < 0$ si x pertenece a ...., $f(x) > 0$ si x pertenece a ....
      iii. f es creciente en el intervalo ...., f es decreciente en el intervalo ....
      iv. El máximo de f es aproximadamente ... y se da en $x = \dots$.
      v. El mínimo de f es ... y se da en $x = \dots$.

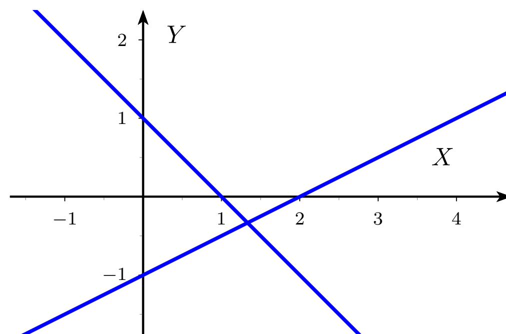
2. (a) Dibujar el gráfico de $f(x)+2$, $f(x)-2$.
   (b) Dibujar el gráfico de $-f(x)$, $3f(x)$, $-3f(x)$.
   (c) Dibujar el gráfico de $|f(x)|$.

Ejercicio 5 En este ejercicio consideraremos la función lineal $f(x) = ax + b$ tal que los dos puntos $(4,7)$ y $(-1,1)$ pertenecen a su gráfico.

1. Dibujar en el plano el gráfico de f.
2. Hallar a y b.
3. Hallar el valor de la función en 0 y comprobar que el punto correspondiente efectivamente pertenece a la recta que une $(4,7)$ con $(-1,1)$.
4. Hallar la raíz de f.

Ejercicio 6 Identificar a qué funciones lineales corresponden los dos gráficos de la figura.

Hallar las coordenadas del punto de corte de los dos gráficos.



Ejercicio 7 Bosquejar el gráfico de cada una de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x - 1$ | b) $f(x) = x^2$
c) $f(x) = x^2 + 4$ | d) $f(x) = (x+4)^2$
e) $f(x) = |x|$ | f) $f(x) = |3x+1|$
g) $f(x) = \begin{cases} 2x-3, & x < 4, \\ -x-5, & x \geq 4, \end{cases}$ | h) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x > 1, \\ x^3, & x \leq 1. \end{cases}$

Ejercicio 8 Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x + 1$. Hallar

a) $f \circ f$ b) $f \circ f \circ f$ c) $f \overbrace{\circ \cdots \circ}^{n} f$ (n veces).

Ejercicio 9 Sean $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dadas por $f(x) = kx$ y $g(x) = x^2 + x + 1$.

1. Hallar $f \circ g$ y $g \circ f$.
2. Para qué valores de $k \in \mathbb{R}$ se tiene $f \circ g = g \circ f$?

Ejercicio 10 Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, la función $f(x) = x^2$

1. ¿Es cierto que f es invertible?
2. Establecer el dominio y codominio más grandes de la función $f(x)$ para que sí sea invertible. Determinar su función inversa y el correspondiente gráfico.
3. ¿Es cierto que $\sqrt{a^2} = a$ para todo $a \in \mathbb{R}$? (referencia: Ejercicio 2, parte 4, del práctico 0).

Ejercicio 11 Ciertas células epiteliales demoran (aproximadamente) 24 horas para duplicarse.

1. Supongamos que en tiempo "inicial" $t_0 = 0$ fijamos la atención en una célula determinada de dicho tipo, que llamaremos la célula C. Toda célula que provenga de las subsecuentes divisiones a partir de C diremos que es "generada por C".
   (a) ¿Cuántas células habrá generado C en 10 días?
   (b) ¿Cuántas células habrá generado C en t días?
   (c) Explicar la siguiente afirmación: El número de células generadas por C, digamos N_C, es función del tiempo t, o sea, $N_C = N_C(t)$.
   (d) Bosquejar el gráfico de $N_C(t)$, indicando su dominio y recorrido.
   (e) Calcular el tiempo que se necesita para que hayan 100.000 células generadas por C.

2. Supongamos ahora que en tiempo inicial hay 512 células.

   (a) Exprese en una fórmula el número de células en función del tiempo t.

   (b) ¿Cuantas células había 3 días antes del tiempo 0?

Ejercicio 12 Dado un número real x, se llama *parte entera* de x al mayor número entero que no supera x, y que denotaremos $E(x)$.

1. Explicar por qué $E(x)$ define una función (E es función de x).

2. Hallar $E(0)$, $E(1.2)$, $E(\sqrt{2})$, $E(-1)$, $E(-0.9)$.

3. Graficar $E(x)$ en el intervalo $-2,5 < x < 2,5$.

Ejercicio 13 Recordar que $\log a = b$ si y solo si $a = e^b$, donde log es el *logaritmo neperiano*. Calcular, en función de los valores de $\log 2$ y $\log 3$, los siguientes valores:

(i) *a*) $\log 9$ *b*) $\log 6$ *c*) $\log(\sqrt{3})$ *d*) $\log(1/2)$.

(ii) ¿Se puede afirmar que $\log(5) = \log(3)\log(2)$?

(iii) ¿Tiene sentido definir $\log(-1)$?

Ejercicio 14 Consideramos $sen : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \to [-1, 1]$, $\cos : [0, \pi] \to [-1, 1]$ y $\tan : (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \to \mathbb{R}$.

1. Graficar y explicar por qué son funciones biyectivas.

2. Sean *Arcsen*, *Arcos* y *Arctan* las funciones inversas de *sen*, *cos* y *tan* respectivamente. Graficar dichas funciones inversas.